

Probabilités

I – Introduction

On a vu en 3^e que lorsqu'on lance une pièce 50 fois, elle tombera sur « pile » environ25..... fois.

Cependant, on peut obtenir24..... piles,26..... piles ou30..... piles. On dit que le nombre de

« piles »fluctue.....



II – Vocabulaire

Imaginons que j'ai lancé la pièce 50 fois et que j'ai obtenu « pile » 24 fois.

1) Probabilité

La probabilité c'est ce qu'on devrait obtenir : « J'ai combien de chances sur combien ? »

J'ai 1 chance sur 2

Ici, la **probabilité p** d'obtenir « pile » est : $p = \frac{1}{2} = 0,5$ soit 50% de chances

2) Fréquence

La **fréquence f** c'est ce qu'on a réellement obtenu : « On a obtenu24..... fois « pile » sur50..... lancers »

Ici, la **fréquence** obtenue est donc : $f = \frac{24}{50} = 0,48$ donc 48% de "pile"

3) Effectif (nombre d'épreuves)

L'**effectif** c'est le nombre de lancers ici, on le note **n** : $n = 50$

EXERCICE 1 : On lance 120 fois une pièce de monnaie. On obtient « face » 64 fois.

1) Quelle est la valeur de n ? effectif : $n = 120$

2) Calculer la probabilité d'obtenir « face » : $p = \frac{1}{2} = 0,5$ (50%)

3) Calculer la fréquence obtenue : $f = \frac{64}{120} \approx 0,53$ (53%)

J'avais1..... chance(s) sur2..... d'obtenir « face » donc une probabilité de0,5..... ce qui correspond

à50..... % de chances. Je l'ai obtenu64..... fois sur120..... donc avec une fréquence de0,53..... ce

qui correspond à53..... %.

Exercice 2 : On lance un dé (normal à 6 faces) 400 fois. On obtient le "6" 68 fois.

- 1) Calculer la probabilité d'obtenir la face "6": $p = \frac{1}{6} \approx 0,17$
- 2) Calculer la fréquence qu'on a obtenu : $f = \frac{68}{400} = 0,17$
- 3) Pensez-vous qu'on puisse dire que le dé est truqué ? NON
- 4) Expliquez pourquoi : On attend 17%; on obtient 17% !

Exercice 3

Une urne contient 4 boules vertes et 16 boules noires.

- 1) Calculer la probabilité d'obtenir une boule verte :

$$p = \frac{4}{20} = 0,2 \text{ soit } 20\% \text{ de chance}$$

On tire 50 fois une boule, on note la couleur obtenue et on remet la boule à chaque fois avant de mélanger. On a obtenu 9 fois une boule verte.

- 2) Calculer la fréquence de sortie d'une boule verte lors de ces 50 tirages :

$$f = \frac{9}{50} = 0,18 \text{ soit } 18\%$$

Exercice 4

Une urne contient des boules rouges et des boules bleues. On effectue 2000 tirages successifs. On a obtenu 594 boules rouges et 1406 boules bleues.

- 1) 3) Calculer la fréquence de sortie d'une boule rouge lors de ces 2000 tirages : $f = \frac{594}{2000} = 0,297$
- 2) 4) Peut-on dire qu'il y a plus de boules rouges que de boules bleues dans l'urne ? NON

L'urne contient 10 boules au total. Parmi ces deux hypothèses, laquelle vous semble la plus probable ? Pourquoi ?

- "Il y a 1 boule rouge et 9 boules bleues"
- "Il y a 3 boules rouges et 7 boules bleues"

la 2^e car $p(\text{rouge}) = \frac{3}{10} = 0,3$ et c'est quasiment ce qu'on obtient

III – Calculer une probabilité

1) Vocabulaire

Une expérience aléatoire est une expérience dont le résultat est dû au hasard

Une issue est un des résultats possible

Un événement est une ensemble d'issues

Exemple :

On lance un dé (normal à 6 faces)

L'événement « Obtenir un nombre pair » peut se noter de deux façons différentes :

$A = \text{"obtenir un nombre pair"}$ ou $A = \{2; 4; 6\}$

Cet événement est constitué de 3 issues : 2, 4 et 6

2) Calcul de probabilité

Pour calculer une probabilité on utilise le principe :

$$p = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas total}}$$

Exemple :

Une urne contient 4 boules rouges et 6 boules bleues.

Calculer $p(A)$ la probabilité de l'événement « Tirer une boule rouge » :

$$p(A) = \frac{4}{10} = 0,4$$

IV – Simulation open Office

Dans **OpenOffice Calc** ou dans **Microsoft Excel**, on peut simuler le hasard

Activité 1 : Simuler le lancer d'une pièce

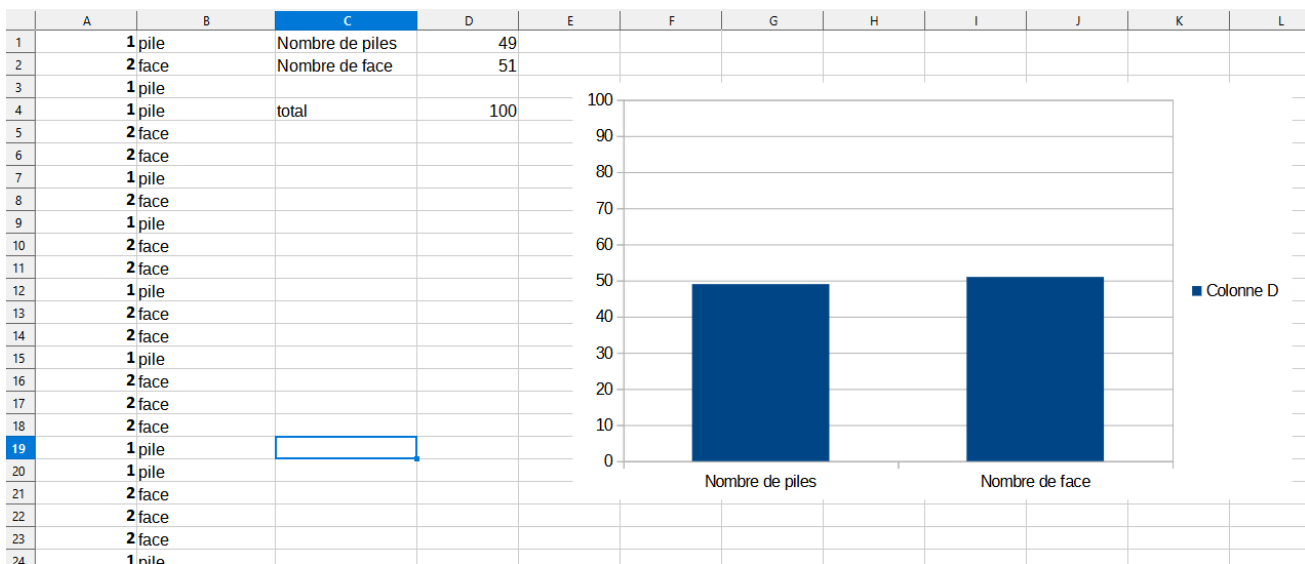
Rappel : si on veut faire faire un calcul dans une case, il faut commencer par 

Fonctions :

- =ALEA.ENTRE.BORNES(5 ;8)** : affiche un nombre au hasard entre 5 et 8
- =SI(C2=0 ; "pile";"face")** : si la cellule C2 contient 0, affiche **pile** sinon affiche **face**
- =NB.SI(A2 :A50 ; "pile")** : compte le nombre de "pile" entre A2 et A50

- 1) Simuler le lancer d'une pièce 100 fois. On demande à Calc de compter le nombre de pile ou face
- 2) Faire un diagramme pour représenter pile ou face
- 3) Appuyer sur F9 pour relancer la pièce

On doit obtenir quelque chose comme ceci :



Activité 2 : Modifier le fichier ci-dessus pour obtenir 500 lancers

Activité 3 : Modifier le fichier ci-dessus pour obtenir 1000 lancers

IV – Grands effectifs

Dans les exemples ci-dessus, si on lance le dé beaucoup plus (200 fois, 1000 fois, 2000 fois...) la fréquence obtenue se rapprochera de la probabilité. C'est toujours comme ça, on dit que :

f tend vers p quand n augmente

Cette propriété a des conséquences importantes :

- Plus je lance une pièce de monnaie, plus je m'approcherai de $f = 0,5$ soit 50% de pile
- Plus je lance un dé, plus je m'approcherai de 16,67 % de face 6. (*)

(*) Détail du calcul : $p("6") = \frac{1}{6} \approx 0,1667$

Voici deux exemples d'utilisation de cette propriété dans la vie courante

- Si un assureur sait qu'en moyenne un accident lui coûte 10 000 € et qu'un véhicule a 0,5% de risques d'avoir un accident dans l'année, alors s'il assure 2000 véhicules, il peut prévoir qu'il y aura :

$$\frac{0,5}{100} \times 2000 = 10 \text{ accidents}$$

Ça lui coûtera donc au total

$$10 \times 10\,000 \text{ €} = 100\,000 \text{ €}$$

S'il ne veut pas perdre d'argent, on peut donc calculer la cotisation de chaque assuré :

$$\frac{100\,000}{2000} = 50 \text{ €}$$

S'il veut encaisser un bénéfice de 200 000 €, de combien doit-il augmenter la cotisation de chaque assuré ?

$$\text{de } 100 \text{ € ; } \frac{300\,000}{2000} = 150 \text{ €}$$

Ce calcul fonctionne assez bien à condition d'assurer beaucoup de véhicules!

- Les compagnies aériennes savent que sur certains vols, la totalité des passagers ne se présentent pas à l'embarquement. Un calcul basé sur les statistiques et les probabilités permet de déterminer combien de places on peut vendre en surplus... avec un risque calculé !